

A 题 机器人扔瓶子

某机器人大赛，要求参赛选手设计机器人，使其将瓶子抛掷到某一个指定位置的桌面，并且瓶子正面朝上地站立在桌面上。

如何设计这样的机器人，使得机器人能够准确无误地完成这项任务？请建立数学模型回答这一问题，针对不同的情况给出相应的参数值，同时绘制瓶子运动的动态效果图。

B 题 建立新冠病毒群体免疫屏障

为了巩固经济增长基础、保障国内国际双循环，中国政府已决定在全国进行全人群的新冠病毒疫苗接种，以建立最大规模的国民群体新冠免疫屏障。

1. 建立传染病毒群体免疫屏障的数学模型，说明疫苗接种率的控制对构筑免疫屏障的作用。在此基础上考虑疫苗的有效性问题和病毒的变异问题对免疫屏障的可能影响。讨论免疫屏障和物理隔离对于整个社会的代价及收益的异同。

2. 以一个中国的大城市为例，考虑采取怎样的步骤、需要多大成本、多长时间可完成群体免疫屏障的建立。

3. 美国是世界上新冠疫情最严重的国家，也是大规模、快速度接种新冠疫苗的国家之一，最近美国的疫情有了趋于好转的迹象，试分析接种疫苗对美国疫情改变的影响，预测美国疫情的走向。

C 题 布线问题

有一个尺寸为 $12\text{ cm} \times 12\text{ cm}$ 矩形电子线路板，上下左右的边沿均匀布满了若干个端口，分别记为 A1~A5, B1~B5, C1~C5, D1~D5，如图 1 所示。

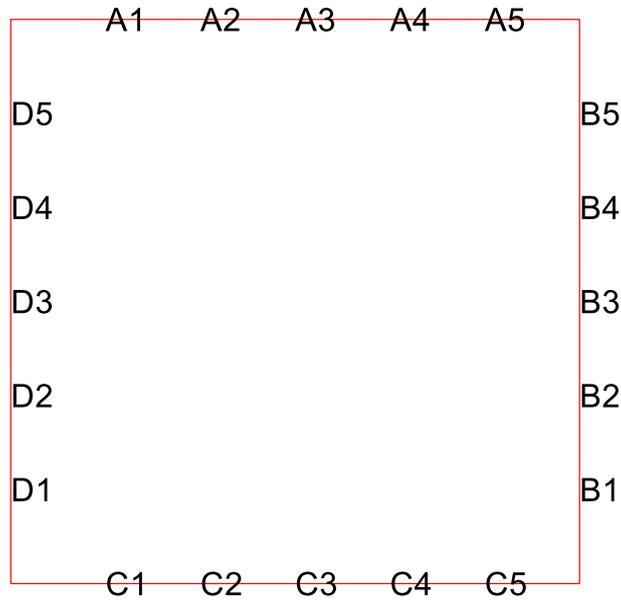


图 1

某种电子零部件需要把这些端口按照连接表（表 1）用导线相连，每根导线都要粘贴在电子线路板上。如果导线无法按照下列不同要求布置，则可以分层布置，即安排几个完全相同的电子线路板，这几个线路板的同名端口都有导线贯穿而直接相连，且某根导线在某一层连接了特定的两个端口，这样就认为这两个端口连接在了一起。

表 1

起始端口	A1	B2	A2	D1	B4	A4	C2	D3	C4	C5
终止端口	B1	C1	A5	B3	A3	B5	D2	C3	D5	D4

1. 如果导线可以直线相连，但导线不允许相交，则最少需要多少块相同的电路板？

2. 如果导线可以直线相连，但任意一根导线与其他所有导线最多相交一次，则最少需要多少块相同的电路板？

3. 如果从端口发出的导线以及进入端口的导线只能垂直于端口所在边沿，导线在线路板中转弯时转弯半径不能小于 1 cm ，且每次转弯只能转过 90° 的整数倍。每根导线的交叉数和转弯数的和不大于 2，则最少需要多少块相同的电路板？

4. 针对尺寸为 $18\text{ cm} \times 18\text{ cm}$ 每边 8 个端口均匀分布的电子线路板(图 2)，以及连接表（表 2），重新求解问题 1~问题 3。

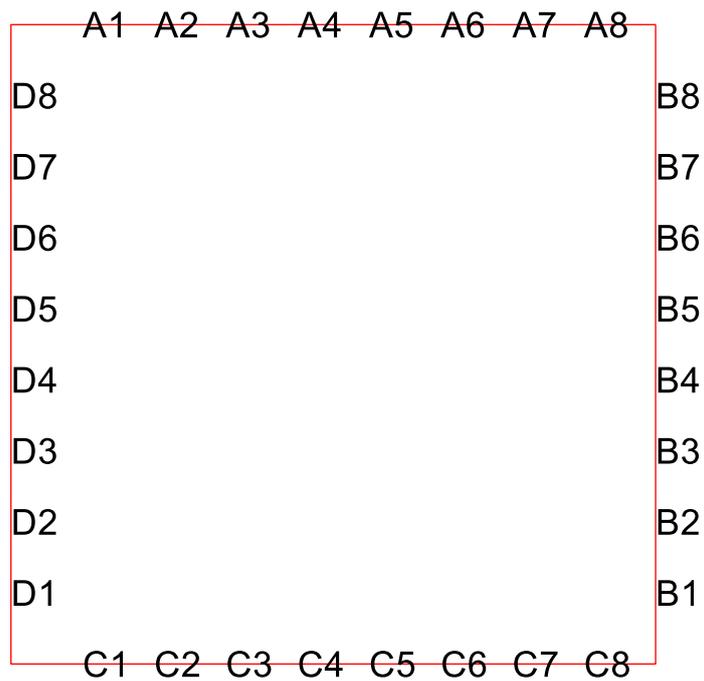


图 2

表 2

起始端口	A1	B1	B2	A2	B4	A3	B5	B6
终止端口	B3	C2	C3	D2	C1	D1	C4	C5
起始端口	A4	A5	B7	A6	A7	B8	D4	C8
终止端口	A8	C6	D5	D3	D6	C7	D8	D7